УДК 530.1:621.397:535

ДИФФУЗИЯ КООРДИНАТ ИЗОБРАЖЕНИЯ В СРЕДСТВАХ ВИДЕОНАБЛЮДЕНИЯ

С.М. Слободян

Инновационный центр «ТЕСТ», г.Томск
E-mail: IC_Test@ inbox.ru

Дан анализ процесса диффузии случайных смещений изображения в системах видеонаблюдения. Показано, что диффузия смещения изображения в следящих системах по аналогии с броуновским движением − персистентный процесс, а траектория случайных смещений изображения − пример самоаффинного фрактала.

Изучение хаотических процессов в детерминированных системах и поиск практического применения хаоса как явления делает [1, 2] оценку влияния возникновения хаоса при функционировании телевизионных следящих средств (ТС) [3], как систем видеонаблюдения – предметом актуального внимания и анализа. Проведенные ранее исследования касались в основном оценок возможностей ТС по обеспечению работы в режимах, близких к линейному.

Турбулентная среда в канале наблюдения объекта – одна из множества [4] динамических стохастических систем, порождает хаотизацию изменения направлений элементарных световых лучей. Искажение фазы волнового фронта излучения ведет к присутствию хаотической компоненты в процессе формирования изображения объекта (ИО) и результата оценки вектора его параметров. Практические ТС [3, 5–7] – это автоматические средства, находящиеся под воздействием потока внешних возмущений. Особенности взаимодействия излучения с атмосферным каналом наблюдения, как внешней средой, описываемой уравнениями параболического типа (диффузии, теплопроводности т.п.) [1, 2, 4], позволяют утверждать, что в сравнении с быстродействием ТС вид воздействия и скорость его изменения могут быть любыми: импульсным, непрерывным, стационарным и нестационарным, быстро или медленно изменяющимся. Известно [1, 2, 4], что диффузионные процессы – следствие поведения системы при достаточно длительном на нее воздействии потока возмущений.

Принцип поэлементной (за интервал времени Δt_i) двумерной дискретизации N-элементного изображения в течении времени кадра T_k, лежащий в основе работы ТС, приводит к тому, что информация о координатах ИО $x(t)$, $y(t)$ поступает в дискретные моменты времени (t_i, t_{i+1}, ..., t_{i+k}), разделенные интервалами Δt, зависящими от алгоритма, режима работы и других особенностей ТС. Для модели $r(t)$ траекторного движения ИО с равновероятным распределением скорости в диапазоне $\pm v_0$ и нулевым математическим ожиданием $M[r(t)]=0$, дисперсия равномерного распределения поля скоростей его перемещения равна $\sigma_v^2=v_0^2/3$. Тогда, за время кадра наблюдения T_k, содержащего $N_0=T_k/\tau_0$ значений $r(t)$, траекторное изменение независимых приращений координат ИО на интервале Δt_i, не превышающем τ_0 – времени корреляции ($\Delta t_i<\tau_0$) процесса его случайных смещений, связано с изменением скорости ИО $\dot{r}(t)=v(t)$. Оно найдется как сумма независимых случайных значений скорости $v(\Delta t_i)$ с равными σ_v и средним значением v_0 за время T_k, определяющего N_0>>1 и значение $v(\Delta t_i)$,

$$\dot{r}(t)=\tau_0\sum^{i} v(\Delta t_i), \qquad (1)$$

отражающее асимптотическую нормальность траектории выбранной модели случайных смещений ИО с нулевым средним и дисперсией:

$$\sigma_r^2=T_k^2 v_0^2/3N_0. \qquad (2)$$

Поведение траектории диффузионного смещения ИО в функции времени T_k и вариаций дисперсии скорости случайных смещений σ_r^2 на интервале наблюдения, превышающем $10^3\Delta t_i$, наглядно иллюстрирует рис. 1.

Анализ выражений (1) и (2) говорит о важности повышения быстродействия ТС контроля объектов и турбулентного хаоса в канале наблюдения. Он приводит к следующему выводу: точность оценки траектории смещений ИО (при сохранении N_0 объема выборки) пропорциональна квадрату уменьшения интервала T_k выборки, то есть, зависи-

мость параболическая; при взаимосвязанном изменении N_0 объема выборки с изменением T_k – зависимость прямо пропорциональная:

$$\sigma_r^2 = T_k\, v_0^2 \tau_0 / 3.$$

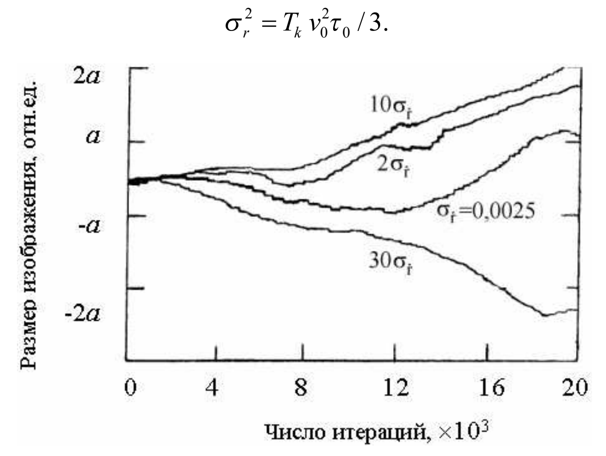


Рис. 1. *Траектория диффузионного смещения изображения*

Эволюция траектории случайных смещений ИО, приводящая к срыву слежения, является марковским диффузионным процессом [4]. Если его плотность вероятности перехода зависит только от временного интервала Δt_i, то он является однородным процессом и последовательность оценок независимых *XY* координат ИО, получаемых на выходе ТС, как траекторию случайных смещений ИО по осям *X* или *Y* можно представить в виде процесса с бесконечным числом состояний и возможными переходами из любого *i*-ого в три смежных *i* и $i\pm1$ состояния с вероятностями перехода в каждое из них $[1-p-q;p;q]$.

Так, если в момент времени t_0 срыва слежения ИО имело координату $r_0(x_0, y_0)$, то в последующие дискретные моменты t_i координата ИО изменяется на случайную величину приращений $r_i(x_i, y_i)$. Тогда в момент времени $t_k=k\Delta t_i+t_0$, (где $i=1,2,...,k$) случайная координата ИО представится марковской моделью, отражающей направление движения ИО по любой возможной траектории:

$$r_k(x_k, y_k, t_k) = r_0(x_0, y_0, t_0) + \sum_i^k r_i\ (\Delta t_i).$$

Атмосферная турбулентность пространства наблюдения проявляется в виде стохастически изменяющихся размеров турбулентных вихрей (от максимального, называемого «внешним» до «внутреннего» – наименьшего масштабов) и скоростей их переноса конвективным воздушным потоком. Хаос переноса $\xi(t)$ и динамики распадания турбулентных вихрей обусловлен случайными факторами: тепловым возбуждением молекул, температурным градиентом и диффузионным поведением – броуновским движением турбулентных вихрей в среде канала. Уравнение диффузии без учета ускорения вихрей имеет вид [1]:

$$\dot{x}(t) \sim \xi(t).$$

При гауссовском законе δ-корреляции, когда $\langle \xi(t)=0 \rangle$ и $\langle \xi(t)\xi(t+\tau) \rangle \sim \delta(\tau)$, справедливы соотношения $\langle x(t) \rangle=0$; $\langle x^2(t) \rangle \sim t$, подтверждающие, что при переносе турбулентного вихря как элементарной линзы вектор случайного смещения $\xi(t)$ создаваемого им изображения – линейная функция времени. Представление траектории в виде нормированных оценок координат [1] дает квадрат расстояния удаления ИО от начальной точки контроля положения равный

$$\left\langle x^2(t) \right\rangle \equiv \left\langle M^2(t) \right\rangle = \sum_{\tau,\nu}^{t-1} \left\langle \Delta[x'(\tau)] \Delta[x'(\nu)] \right\rangle,$$

где $\Delta[x'(t)]$ – скачок координаты в целых числах. Для δ-корреляции случайных смещений ИО $\langle \Delta[.]\Delta[.] \rangle \sim \delta(\tau,\nu)$ и квадрат среднего расстояния удаления от точки начального контроля $\langle M^2(t) \rangle$ – линейная функция времени и коэффициента диффузии k_D:

$$\left\langle M^2(t) \right\rangle = 2k_D t.$$

Скоростные и размерные флуктуации потока турбулентных вихрей приводят [5–7] к случайности и хаотизации траектории смещений ИО. Они могут быть представлены как скалярный марковский процесс с ковариационной функцией $R(t)=\sigma_r^2\exp(-|\tau|/\tau_0)$, нулевым средним $M\{r(t)\}=0$ и законом изменения скорости $\dot{r}(t)$ с дисперсией $\sigma_{\dot{r}}^2$.

$$\dot{r}(t) = -\tau_0^{-1} r(t) + n_v(t), \qquad (5)$$

где $n_v(t)$ – шум скорости смещений ИО интенсивности $n_r(t)=2\sigma_r^2/\tau_0$; $R(\tau)=R_{x,y}(\tau)$ и $\sigma_r^2=\sigma_x^2+\sigma_y^2$. При стационарности $x_r(t)$ и $y_r(t)$ составляющих траектории случайных смещений ИО на выходе ТС, как марковского процесса со спектральной плотностью

$S_{x,y}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{x,y}(\tau)\exp(-j\omega\tau)d\tau$, для выполнения условий непрерывности и дифференцируемости необходимо и достаточно, чтобы этот процесс обладал конечной дисперсией, т.е. $R_\tau(0)=\sigma_{x,y}^2<\infty$.

Результаты экспериментальных исследований влияния флуктуаций угла прихода излучения, вызванных турбулентным хаосом, на оценку координат ИО [5–7], приведенные на рис. 2, подтверждают выполнимость этого требования, так же как и конечность дисперсии $D[\dot{r}(t)]$ производной $\dot{r}(t)$ процесса случайных смещений $r(t)$.

На рис. 2, *а*, представлена экспериментальная динамика отображения *x* и *y* компонент вектора случайных смещений изображения лазерного пучка в условиях воздействия турбулентной атмосферы [5]. Подобная траектория диффузионного смещения изображения может быть получена моделированием с вариацией значений транспонированной матрицы *R* параметров вектора случайных смещений ИО: $R=[r;\dot{r}]$. Для наглядности сравнения на рис. 2, *б*, приведена известная автомодельная траектория броуновского движения точечного объекта [1, 2], полученная по алгоритму последовательного сложения, для показателя Херста $H=0,5$, характеризующего гаусовский процесс с независимыми приращениями. Эта модельная самоаффинная кривая с

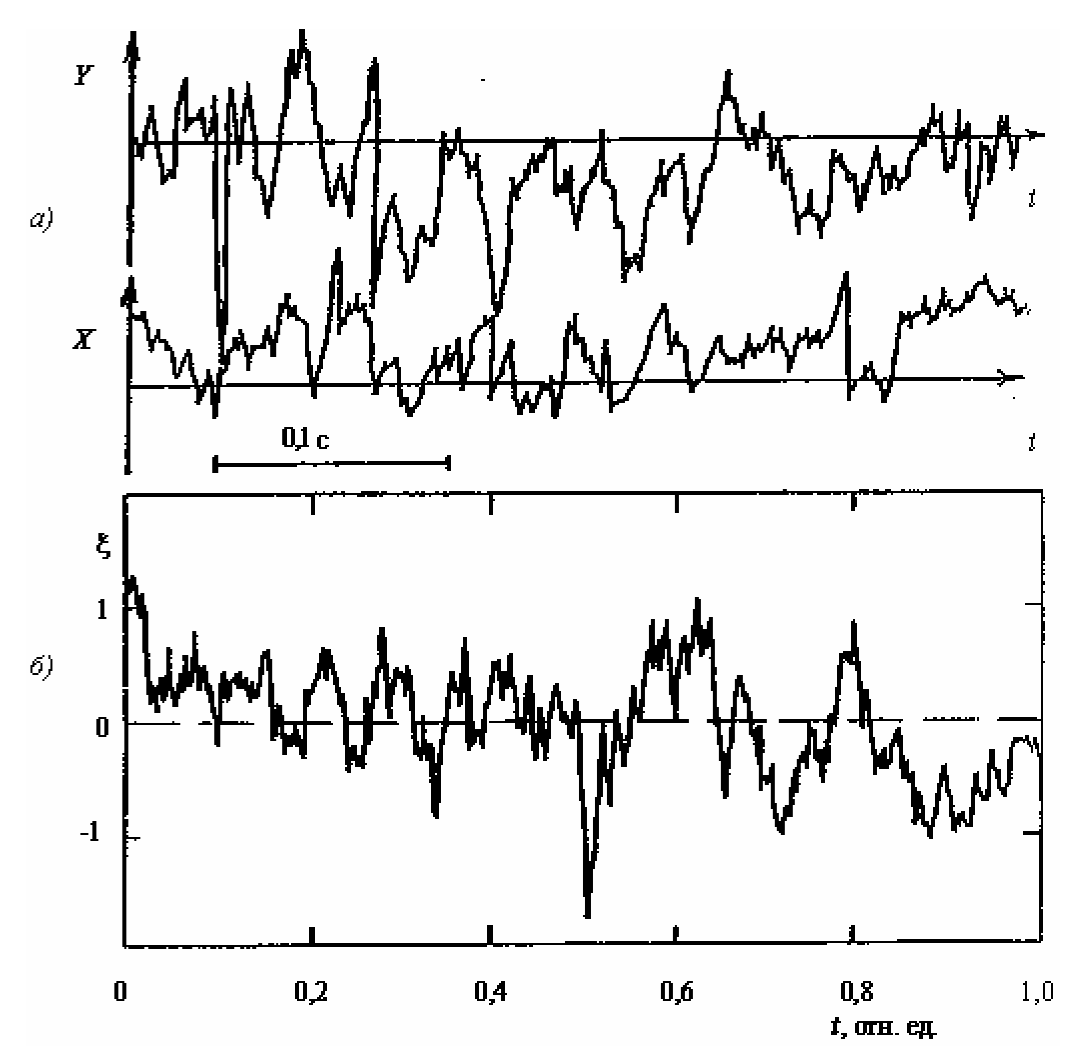


Рис. 2. *Динамика отображения: а) вектора случайных смещений изображения пучка и б) автомодельная траектория броуновского движения изображения (для H=0,5 [1]) в относительных единицах амплитуды и времени*

фрактальной размерностью $D=2-H$ для адекватности сопоставления преобразована в процесс с нулевым среднем и единичной дисперсией. Величина показателя Херста $H=0,5$ – граница раздела процессов на персистентные и антиперсистентные.

При значении показателя Херста $0,5<H<1$ процесс считается [2] персистентным, то есть, поддерживающим изменение поведения процессом. Персистентные стохастические процессы случайных смещений изображений будут иметь явно выраженную тенденцию изменения с относительно малым уровнем шума. При показателе Херста $0<H<0,5$ траектория стохастического процесса случайных смещений будет считаться антиперсистентной. Характерные особенности антиперсистентного процесса: траектория случайных смещений изображения – сильно зашумлена; локальный уровень средней зашумленности траектории практически совпадает или очень близок к уровню максимальных глобальных отклонений траектории смещений; после тенденции роста амплитуды смещений изображения в течение некоторого интервала времени, в последующем интервале следует ожидать вероятного затухания этого процесса и наоборот. Последний фактор при прогнозировании процесса эволюции траектории смещений следует учитывать.

Из сравнения траекторий (*а* и *б*) можно сделать вывод, что динамика отображения вектора случайных смещений ИО при турбулентном воздействии (с отфильтрованным нестационарным вкладом суточного рефракционного изменения показателя преломления среды) имеет коэффициент Херста $H\geq 0,5$, а вид процесса флуктуаций угла прихода излучения, определяющий диффузионное смещение ИО, обладает явными признаками персистентности. Кроме того, из сопоставления экспериментальных проекций X и Y траектории случайных смещений центра тяжести изображения лазерного пучка в условиях модельной конвекции турбулентной среды и модельной кривой с величиной $H=0,5$, характерной для броуновского диффузионного движения как гауссова процесса с независимыми приращениями, видна высокая степень их подобия. Сравнивая X и Y экспериментальные траектории случайных смещений ИО можно сказать, что, из-за стратификации конвекции модельной турбу-

лентности проекции траектории координат X и Y случайных смещений самоаффинны. Это признак преобладания тенденции к вертикальной направленности перед горизонтальной. Из сравнения с броуновским процессом, адекватным при H=0,5 гауссову процессу с независимыми приращениями, можно отметить, что процесс случайных смещений ИО в условиях воздействия конвективной турбулентности, ввиду наглядной аналогии, инвариантен в смысле распределения при преобразовании, меняющем масштаб времени в k раз, а масштаб длины в $\sqrt{k}$ раз. Соотношение подобия, отражающее скейлинг (свойство подобия) случайных смещений ИО, из-за флуктуаций угла прихода излучения, будет иметь вид плотности вероятности распределения аналогичный броуновскому движению (с множителем $k^{-1/2}$, обеспечивающим условие единичного нормирования)

$$p(\hat{\xi} = k^{1/2}\xi; \hat{\tau} = k\tau) = p(\xi, \tau) / k^{1/2}.$$

То есть, преобразования движения ИО меняют масштабы времени и расстояния в различных пропорциях и являются аффинными. Поэтому и траектория случайных смещений ИО, как зависимость, в меру точности ТС отражающая изменения флуктуаций угла прихода излучения и сохраняющая свой вид при аффинном преобразовании, будет самоаффинной кривой. Ее размерность функционально связана с фрактальными свойствами траекторий смещения центра тяжести лазерного пучка в евклидовом пространстве. Поскольку смещения пучка происходит во фрактальном множестве турбулентных вихрей канала наблюдения, погруженного в евклидово пространство, то X и Y составляющим коэффициента диффузии траектории координат случайных смещений ИО будет присуща асимметрия. Его величина из-за погрешности преобразования ТС будет незначительно отличаться от показателя диффузионного переноса турбулентных вихрей с сохранением фрактальных признаков траектории смещения ИО.

Классическое броуновское тепловое движение турбулентных вихрей отражает винеровский процесс, подчиняющийся нормальному закону распределения с независимыми приращениями. Для него плотность вероятности вариаций траектории случайных смещений ИО не зависит [4] от начального состояния оценки ее координат x_0. При нулевом среднем и единичной дисперсии входного воздействия турбулентного хаоса возмущений первые два момента распределения случайных смещений ИО функции времени: $M[\xi(t),x_0]=1,6t^{1/2}$; $D[\xi(t),x_0]=1,204t$. Отсюда:

$$\left\langle x^2(t) \right\rangle = 2,54t$$

с коэффициентом диффузии, равным $4/\pi$. В силу адекватности воздействию, входящему в соотношение подобия с различными коэффициентами, траектория случайных смещений ИО – это пример самоаффинного фрактала.

Подводя итог работы, обобщим изложенное. В реальных условиях изображению даже неподвижного объекта из-за действия возмущений на ТС свойственна [5, 7] хаотичность движения. Наибольшей скоростной динамикой обладают знакопеременные перемещения ИО. При их действии детектируются и регулярные компоненты возмущенного движения, приводящие к дрейфу средней траектории смещений ИО. Таким образом, в выходном сигнале ТС, отражающим положение ИО и пройденный им путь, имеется нарастающая со временем погрешность – диффузионный дрейф координат. Другая, достаточно весомая составляющая, обусловлена хаосом воздействия. Ее структура и поведение являются отражением хаотического движения турбулентных вихрей при их конвективном и ветровом переносе в канале наблюдения объекта с сохранением фрактальных закономерностей хаоса воздействия на траекторию смещения изображения. Количественная оценка этих составляющих смещений ИО позволяет принять меры по снижению веса их влияния.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шустер Г. Детерминированный хаос: Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 242 с.
2. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая. – Ижевск: РХД, 2001. – 528 с.
3. Слободян С.М. Анализ и оптимизация телевизионного принципа сканирования фазового пространства оптическим фазометром: 2. Следящие микрорастры // Известия Томского политехнического университета. – 2005. – Т. 308. – № 1. – С. 40–46.
4. Левин Б.Р., Шварц В. Вероятностные модели и методы в системах связи и управления. – М.: Радио и связь, 1985. – 312 с.
5. Слободян С.М., Сазанович В.М., Галахов В.Н. Следящая система с диссектором для измерения угловых флуктуаций оптического пучка // Приборы и техника эксперимента. – 1980. – № 4. – С. 192–194.
6. Пустынский И.Н., Слободян С.М. Диссекторные следящие системы. – М.: Радио и связь, 1984. – 136 с.
7. Слободян С.М. Оптимизация биморфного привода оптических измерительных систем с обратной связью // Измерительная техника. – 2003. – № 1. – С. 19–23.